

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

| | |
|----------------|--|
| Pótlapok száma | |
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

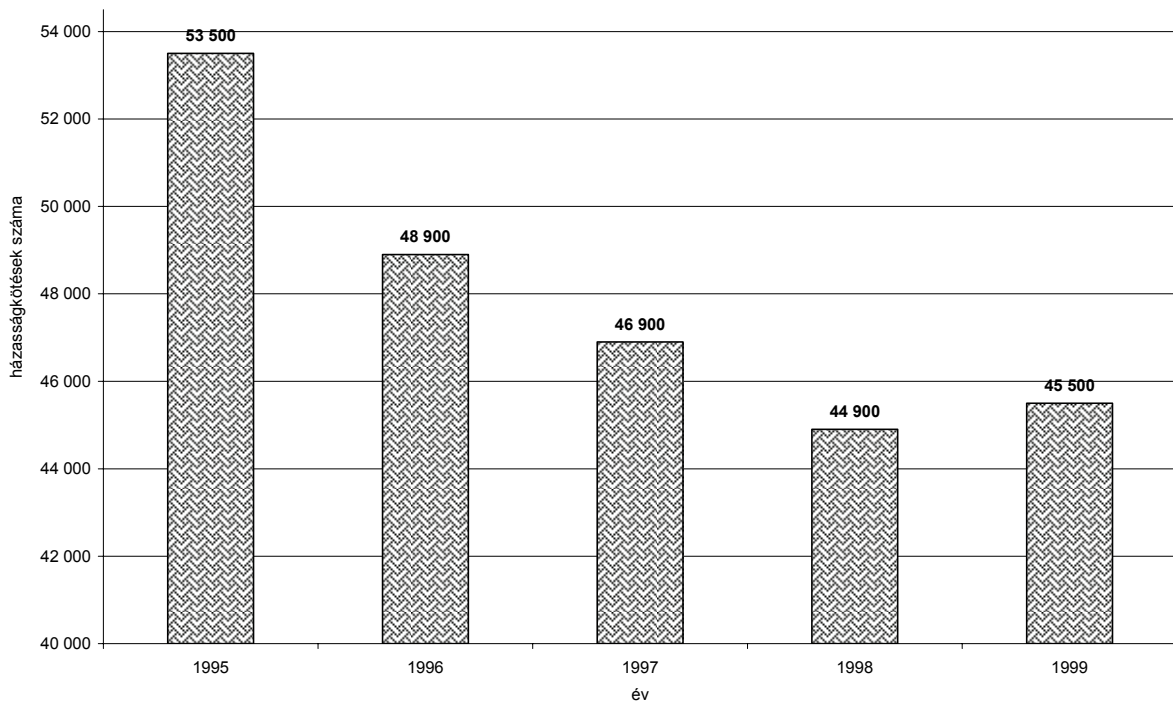
Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egy derékszögű háromszög átfogója 17 cm, egyik befogója 15 cm hosszú. Hány cm hosszú a háromszög harmadik oldala?

| | | |
|---|--------|--|
| A háromszög harmadik oldala cm hosszú. | 2 pont | |
|---|--------|--|

2. Az alábbi oszlopdiaagramon százásokra kerekítve ábrázolták az adatokat.
Hány házasságkötéssel volt kevesebb 1998-ban, mint 1995-ben?



| | | |
|--|--------|--|
| házasságkötéssel volt kevesebb. | 2 pont | |
|--|--------|--|

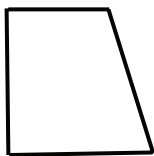
3. Az \mathbf{a} vektor koordinátái $(2; 3)$, a \mathbf{b} vektoré pedig $(-1; 2)$. Adja meg az $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ vektor koordinátáit!

| | | |
|---|--------|--|
| Az $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ vektor koordinátái: (;) | 2 pont | |
|---|--------|--|

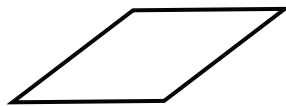
4. Milyen x valós számra igaz, hogy $3^{x+2} = 1$?

| | | |
|-------|--------|--|
| $x =$ | 2 pont | |
|-------|--------|--|

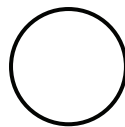
5. Válassza ki az alábbi 4 alakzat közül a középpontosan szimmetrikusakat, és írja be betűjelüket az erre a célra szolgáló keretbe!



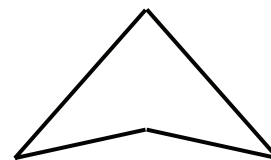
A: trapéz



B: rombusz



C: kör



D: deltoid

| | | |
|--------------|--------|--|
| A betűjelek: | 2 pont | |
|--------------|--------|--|

6. Adja meg az $x \mapsto 5x - 3$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény zérushelyét!

| | | |
|------------------------|--------|--|
| A függvény zérushelye: | 2 pont | |
|------------------------|--------|--|

7. Egy négyzet alapú hasáb alapéle 3 cm. Térfogata 72 cm^3 . Hány cm hosszú a hasáb magassága?

| | | |
|---------------------------------------|--------|--|
| A hasáb magassága cm hosszú. | 2 pont | |
|---------------------------------------|--------|--|

8. Hány fényév a 47,3 milliárd km, ha 1 fényév 9460 milliárd km? Írja le a számítás menetét!

| | | |
|-------------------------------------|--------|--|
| | 2 pont | |
| 47,3 milliárd km = fényév. | 1 pont | |

9. Adja meg az $x^2 + (y+1)^2 - 4 = 0$ egyenletű kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát!

| | | |
|-----------------------------------|--------|--|
| A kör középpontjának koordinátái: | 2 pont | |
| A kör sugara: | 1 pont | |

10. Egy háromelemű, pozitív egészekből álló adathalmaz átlaga 3 és mediánja 2. Adjon meg egy ilyen adathalmazt elemeinek felsorolásával!

| | | |
|-----------------------|--------|--|
| Az adathalmaz elemei: | 3 pont | |
|-----------------------|--------|--|

11. Egy településen a polgármester választáson 12 608 választásra jogosult közül 6347-en adtak le érvényes szavazatot.

A két jelölt egyike 4715 szavazatot, a másik 1632 szavazatot kapott. A választásra jogosultak közül véletlenszerűen kiválasztunk egy választópolgárt. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott személy érvényesen szavazott, mégpedig a vesztes jelöltre?

| | | |
|--------------------------|--------|--|
| A keresett valószínűség: | 3 pont | |
|--------------------------|--------|--|

12. Egy húrtrapéz (egyenlő szárú trapéz) egyik alapjának hossza 7 cm, ezen az alapon fekvő szögei 60° -osak. A trapéz szárai 4 cm-esek. Számítsa ki a másik alap hosszát! Számítását részletezze!

| | | |
|-------------------------------|--------|--|
| | 3 pont | |
| A másik alap hossza cm. | 1 pont | |

| | | maximális pontszám | elért pontszám |
|-----------------|-------------|-----------------------|-------------------|
| I. rész | 1. feladat | 2 | |
| | 2. feladat | 2 | |
| | 3. feladat | 2 | |
| | 4. feladat | 2 | |
| | 5. feladat | 2 | |
| | 6. feladat | 2 | |
| | 7. feladat | 2 | |
| | 8. feladat | 3 | |
| | 9. feladat | 3 | |
| | 10. feladat | 3 | |
| | 11. feladat | 3 | |
| | 12. feladat | 4 | |
| ÖSSZESEN | | 30 | |

 dátum

 javító tanár

| | pontszáma egész számra kerekítve | programba beírt egész pontszám |
|---------|---|--------------------------------------|
| I. rész | | |

 javító tanár

 jegyző

 dátum

 dátum

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2010. május 4.

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

II.

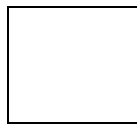
Időtartam: 135 perc

| | |
|----------------|--|
| Pótlapok száma | |
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.



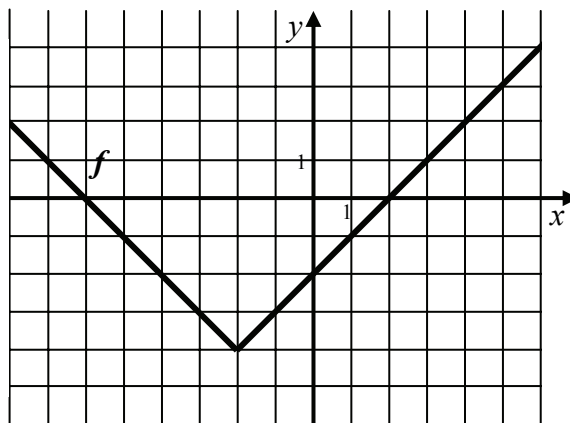
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

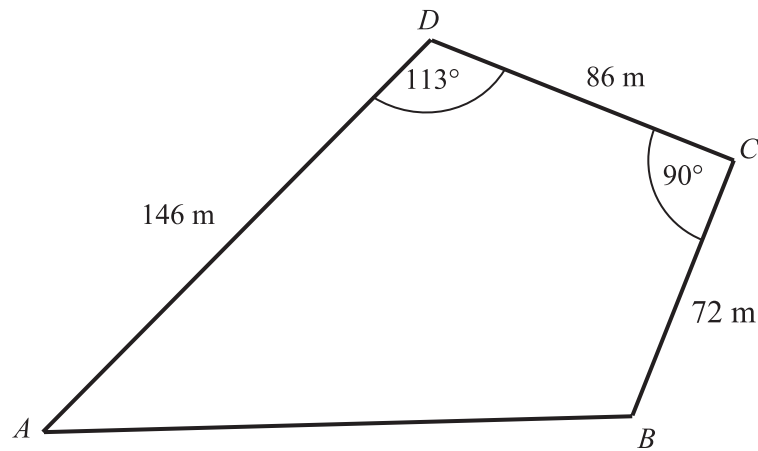
13. Az f függvényt a $[-8; 6]$ -on értelmezzük. Az alábbi ábra f grafikonját mutatja.

- a) Adja meg az f függvény zérushelyeit és az értékkészletét! Mekkora a legkisebb felvett függvényérték? Melyik helyen veszi fel a függvény ezt az értéket?
- b) Adja meg f függvény hozzárendelésének képletét!
- c) Oldja meg a valós számok halmazán az $|x + 2| - 4 = -2$ egyenletet!

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 5 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 3 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |



14. Az alábbi ábrán egy négyszög alakú telekről készített vázlat látható. Hány négyzetméter a telek területe? Válaszát százásokra kerekítve adja meg!



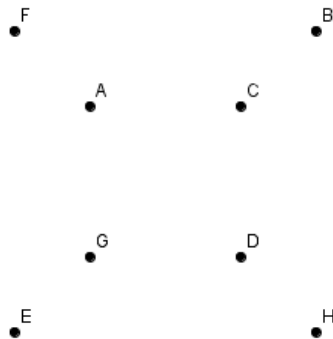
| | | |
|-----|---------|--|
| Ö.: | 12 pont | |
|-----|---------|--|

15. Az osztályban nyolc tanuló (András, Balázs, Cili, Dani, Eszter, Feri, Gabi és Hedvig) jó barátságban van egymással. A nyári szünet első napján András kitalálta, hogy másnap együtt elutazhatnak a nyaralójukba, és ott tölthetnének néhány napot. Ezért felhívta telefonon Cilit és Ferit, és megkérte őket, hogy a többieket sürgősen értesítsék telefonon az utazás tervéről. (Egy hívás alkalmával mindig csak ketten beszélgetnek egymással.)

- a)** Legalább hány telefonbeszélgetésnek kellett megtörténnie (beleértve András beszélgetéseit is), hogy mindenki tudjon a tervezett nyaralásról?
- b)** A létrejött telefonbeszélgetések során végül mindenki értesült András tervéről. Ezekről a telefonbeszélgetésekről a következőket tudjuk:
- András csak Cilit és Ferit hívta fel;
 - Feri senki mással nem beszélt telefonon, Cili pedig csak Andrással és Danival beszélt;
 - Dani összesen két barátjával beszélt, Eszter pedig hárommal;
 - Balázssal csak Hedvig beszélt, mivel Hedvig tudta, hogy másnak már nem kell szólnia;
 - Andrást egyedül csak Gabi hívta fel, hogy megkérdezze a nyaraló pontos címét.

Ábrázolja a telefonbeszélgetéseket egy olyan gráfban, amelyben a pontok az embereket jelölik, és két pontot pontosan akkor köt össze él, ha az illetők beszéltek egymással telefonon (függetlenül attól, hogy ki kezdeményezte a hívást)!

Használja a mellékelt ábrát!



- c)** Másnap mindannyian ugyanazzal a vonattal utaztak. A zsúfolt vonaton három szomszédos fülkében rendre 3, 3, 2 szabad helyet találtak. Igaz-e, hogy több mint 500 – féleképpen helyezkedhettek el a három fülkében, ha a fülkéken belül az ülőhelyeket nem különböztetjük meg?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 2 pont | |
| b) | 6 pont | |
| c) | 4 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |

B

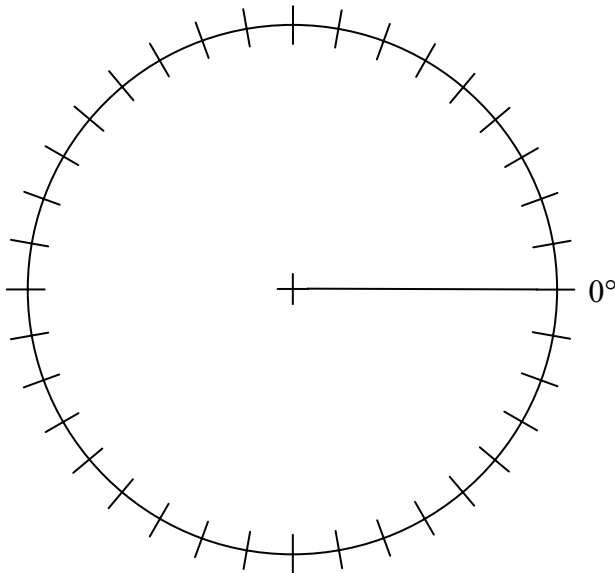
A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 16.** Egy erdő faállományát 1998. január elején $29\,000\text{ m}^3$ -nek becsülték.
- a) Hány m^3 lesz 11 év múlva az erdő faállománya, ha a gyarapodás minden évben az előző évi állomány 2 százaléka? Válaszát ezresekre kerekítve adja meg!

Az erdő faállománya négy csoportba sorolható: tölgy, bükk, fenyő és vegyes (az előzőekben felsorolt fajtáktól különböző).

1998 elején a faállomány 44%-a tölgy és 16%-a fenyő volt. Tudjuk még, hogy ekkor a bükkfa állomány és a fenyőfa állomány aránya ugyanannyi volt, mint a fenyőfa és a vegyes fajták állományának aránya. (Fenyőből több volt, mint a vegyes fajtákból.)

- b) Számítsa ki, hogy mekkora volt 1998 elején az egyes fajták százalékos részesedése az állományban! A kapott adatokat ábrázolja kördiagramon, feltüntetve a kiszámított szögek nagyságát fokokban mérve!



| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 5 pont | |
| b) | 12 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17.

- a)** Vizsgálja meg, hogy a 0° -nál nem kisebb és 360° -nál nem nagyobb szögek közül melyekre értelmezhető a következő egyenlet! Oldja meg az egyenletet ezen szögek halmazán!

$$4 \operatorname{ctg} x = 5 - \operatorname{tg} x$$

- b)** Oldja meg a 3-nál nagyobb valós számok halmazán a $\lg(x-3)+1 = \lg x$ egyenletet!

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 11 pont | |
| b) | 6 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Minőségellenőrzéskor kiderült, hogy 100 készülék között 12 hibás van, a többi 88 jó. A 100 készülékből véletlenszerűen, egyesével kiválasztunk 6-ot úgy, hogy a kiválasztott készülékeket rendre visszatesszük.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy nincs a kiválasztott készülékek között hibás?

Válaszát tizedes tört alakban adja meg!

A 100 készülék közül ismét véletlenszerűen, de ezúttal visszatevés nélkül választunk ki 6 darabot.

b) Melyik esemény bekövetkezésének nagyobb a valószínűsége:

A kiválasztott készülékek között nincs hibás,

vagy

közöttük legalább két hibás készülék van?

Válaszát számítással indokolja!

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 5 pont | |
| b) | 12 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

| | a feladat sorszáma | maximális pontszám | elért pontszám | összesen |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------------|----------|
| II./A rész | 13. | 12 | | |
| | 14. | 12 | | |
| | 15. | 12 | | |
| II./B rész | | 17 | | |
| | | 17 | | |
| | | | ← nem választott feladat | |
| ÖSSZESEN | | 70 | | |

| | maximális pontszám | elért pontszám |
|---|--------------------|----------------|
| I. rész | 30 | |
| II. rész | 70 | |
| Az írásbeli vizsgarész pontszáma | 100 | |

dátum

javító tanár

| | elért pontszám egész számra kerekítve | programba beírt egész pontszám |
|----------|--|--|
| I. rész | | |
| II. rész | | |

javító tanár

jegyző

dátum

dátum