ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2005. október 25.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

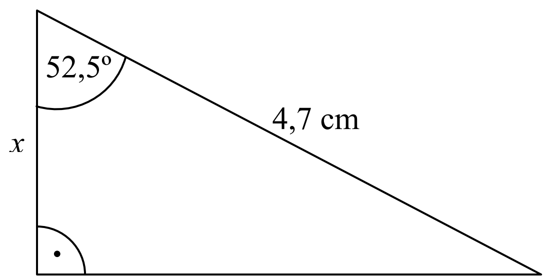
Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
A számláló: $x(x - 3)$.	1 pont	
A tört egyszerűsítve: $x - 3$.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	*A szorzat alak felírása nélkül is jár a 2 pont.*

2.		
A számjegyek összege nem három többszöröse (a 0 az összegen nem változtat).	1 pont	
Nem lehetett igaza.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
 Ábra az adatokkal.	1 pont	
$x = 4{,}7 \cdot \cos 52{,}5° = 2{,}861$	1 pont	
A befogó hossza kerekítve: 2,9 cm.	1 pont	*Csak helyes kerekítés esetén adható.*
Összesen:	**3 pont**	

4.		
B	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

5.		
$5x + 8y = -10 + 56$	1 pont	*A megfelelő egyenlet kiválasztásáért.*
$5x + 8y = 46$	1 pont	*A jó behelyettesítésért adható.*
Összesen:	**2 pont**	*2 pontot ér az is, ha csak leírja a jó eredményt.*

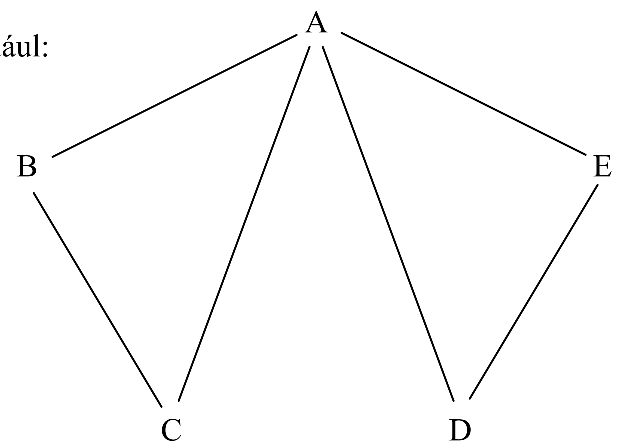
6.		
$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^2}$	2 pont	*Bármelyik alak jó. A 2 pont nem bontható.*
Összesen:	**2 pont**	

7.		
$6 - b_1 = 11$	1 pont	
$4 - b_2 = 5$	1 pont	
$\underline{b}$ (-5; -1)	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	*Ha a $\underline{b}$-t jól felírja, jár a 3 pont.*

8.		
Tudja, hogy a $10 - x > 0$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie.	1 pont	*Ezen sor felírása nélkül is 2 pontot ér a helyes válasz.*
$x < 10$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	*A jó válasz teljes értékű. Ha az $x = 10$ értéket is megengedi, 1 pontot kaphat.*

9.

Például:



Berajzolja az öt pontot, közte egy negyedfokút.	1 pont	
Pontosan négy másodfokú pontot rajzol meg.	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	*Helyes ábráért indoklás nélkül is jár a 3 pont.*

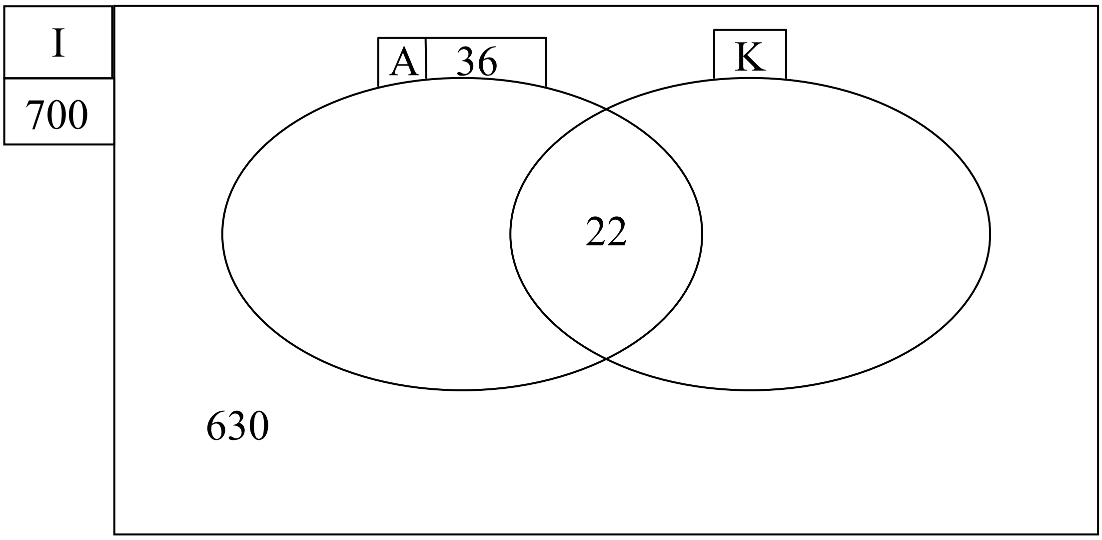
10.		
A: hamis	1 pont	
B: igaz	1 pont	
C: hamis	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

11.		
Az első táncra rögzített az A osztály. A további négy táncnak 4! sorrendje lehetséges.	2 pont	*Az indoklás az összes eset felsorolásával is megadható.*
24-féle sorrend alakulhat ki.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	*Ha 5! a válasza, 1 pontot kaphat.*

12.		
a) $2 \le x \le 6$	2 pont	*Ha valamelyik végpont hibás, 1 pont adható. Ha nem szerepel az egyenlőség, akkor is csak 1 pont jár.* $4 \le x \le 12$ *válasz esetén 1 pont.*
b) $f(x)$ legnagyobb értéke: 3 (vagy $y = 3$).	1 pont	*$y = 6$ válaszra is kapja meg az 1 pontot, ha az előzőkben rosszul olvasta le az egységet.*
Összesen:	**3 pont**	

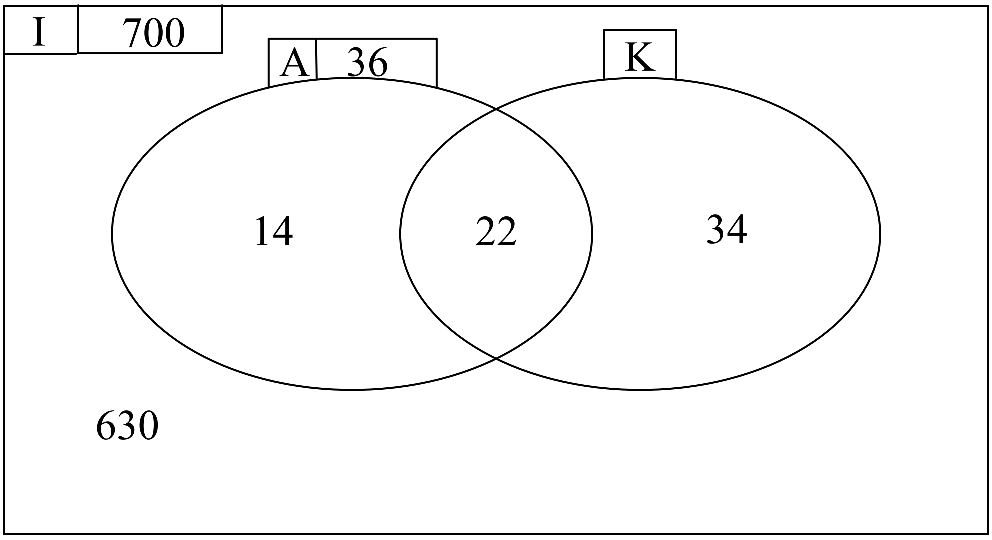
II./A

13. a)



A halmazábra jó felépítése.	2 pont	
Az adatok szerepeltetése.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	*Ha csak a sportolókról szól a diagram, 2 pont adható.*

13. b)



36 atlétából 22 kosarazik is, tehát 14-en csak atletizálnak.	1 pont	
70 tanuló sportol összesen, tehát 34 fő csak kosarazik.	2 pont	
22 + 34 = 56 tanuló kosarazik.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	*Akár ábra alapján, akár szöveges következtetéssel oldja meg, jár a 4 pont.*

13. c)		
A klasszikus modell alkalmazható*, 50 kosaras közül választunk. (Ennyi az összes eset.)	1 pont	**A megjegyzés nélkül is jár az 1 pont.*
17 fő atletizál is. (Ezek a kedvező esetek.)	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{17}{50}$ (= 0,34)	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	*A jó eredmény puszta közlése 2 pont, bármilyen helyes indoklással 4 pont.*

14.		
Legyen a széksorok száma: n.	1 pont*	**A pontok akkor is jár-nak, ha a gondolatmenet a képletek helyes haszná-latából derül ki.*
A sorokban levő székek száma egy $d = 2$ differenciájú számtani sorozat egymást követő elemeit adja.	1 pont*	
$a_1 = 20$	1 pont*	
Az n-edik (első) sorban $a_n = 20 + (n - 1)\cdot 2$ szék van.	1 pont*	
Az összes helyre az $S_n = \frac{n}{2}\cdot(a_1 + a_n)$ alkalmazható.	1 pont*	
$510 = \frac{n}{2}\cdot(20 + 20 + (n-1)\cdot 2)$	2 pont	
$2n^2 + 38n - 1020 = 0$	2 pont	
$n_1 = 15$ és $n_2 = -34$	1 pont*	**Akkor is jár mindkét pont, ha csak megállapít-ja, hogy n_2 negatív, és ezért nem ad megoldást.*
n_2 nem ad megoldást.	1 pont*	
15 széksor van a nézőtéren.	1 pont	
		Ha tagonkénti összeadás-sal kapja meg az n = 15 megoldást, az 5 pont; ha kimondja, hogy más megoldás nincs, további 2 pont.
Összesen:	**12 pont**	

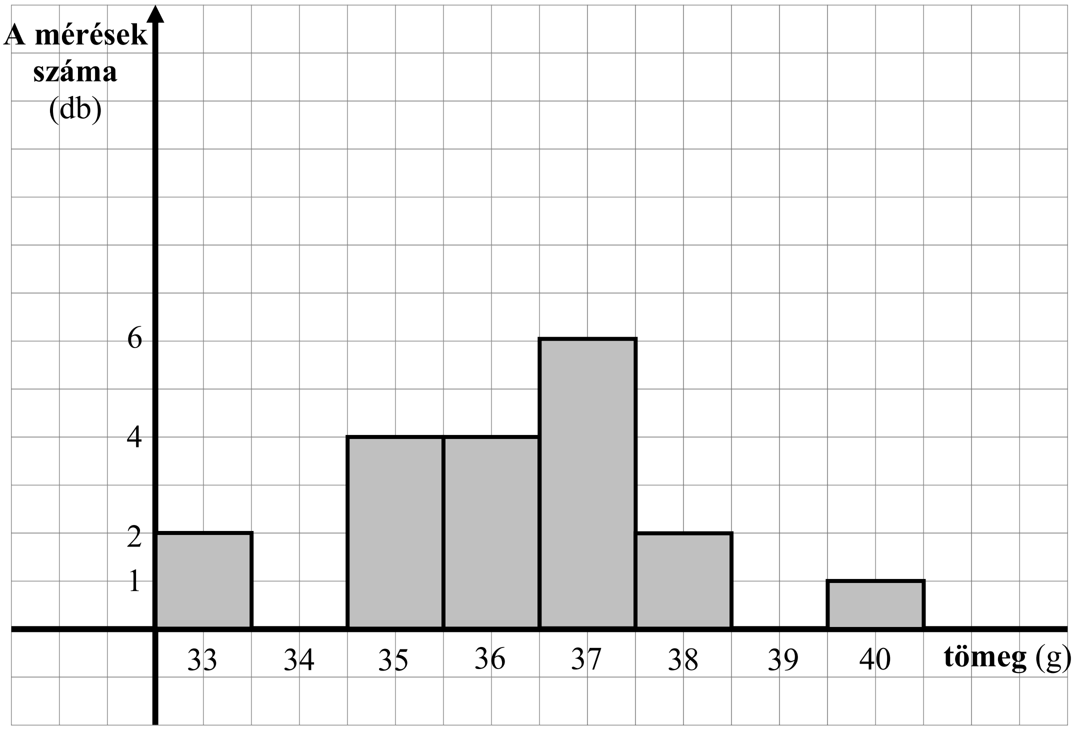
15. a)		
m(g): 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40 n(db): 2, 0, 4, 4, 6, 2, 0, 1	3 pont	*1 vagy 2 hibás adatpár esetén 2 pont ennél több hiba esetén 0 pont. Nem hiba, ha nem szerepelnek a 0 gyakoriságú adatok.*
Összesen:	**3 pont**	

m(g)	33	34	35	36	37	38	39	40
n(db)	2	0	4	4	6	2	0	1

15. b)		
$\overline{m} = \frac{2\cdot 33 + 4\cdot 35 + 4\cdot 36 + 6\cdot 37 + 2\cdot 38 + 40}{19} =$	1 pont*	
$= 36{,}21$	1 pont	
$36{,}21 \approx 36$ gramm	1 pont	*A kerekítésért a mértékegység nélkül is 1 pont jár.*
Összesen:	**3 pont**	
**Akkor is kapja meg ezt a pontot, ha a törtet nem írja fel, de géppel jól kiszámolja az eredményt.*		

15. c)		
Medián: 36	1 pont	
Módusz: 37	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

15. d)



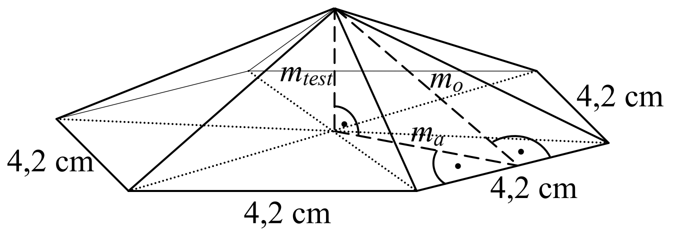
Összesen:	**4 pont**	*Egy hibás táblázatnak megfelelően jól elkészített diagram is 4 pontot ér. Ha a tengelyeken nincs egység, vagy nem jelöli a mértékegységet, 1-1 pontot veszít.*

II./B

16. a)		
A logaritmus definíciója szerint $\sqrt{x+1}+1 = 3^2$.	2 pont	*Szöveges indoklás nélkül is jár a 2 pont.*
$\sqrt{x+1} = 8$	1 pont	
$x + 1 = 64$	1 pont	
$x = 63$	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

16. b)		
$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ helyettesítéssel,	1 pont	*A jó helyettesítés elvégzéséért jár a 2 pont.*
$2 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0$.	1 pont	
$\sin x = z$ új változóval $2z^2 - 5z + 2 = 0$.	1 pont	*Új változó nélkül is jár az 1 pont.*
$z_1 = 2$ és $z_2 = \frac{1}{2}$.	2 pont	
$z = 2$ nem megoldás, mert $\lvert \sin x \rvert \leq 1$.	1 pont	
$x = \frac{1}{6}\pi + k\cdot 2\pi$, vagy $x = \frac{5}{6}\pi + k\cdot 2\pi$,	3 pont*	*Ha a periodicitást nem veszi figyelembe, legfeljebb 2 pontot kaphat. A megoldás fokokban is megadható. A szögmértékek következetlen használata esetén is legfeljebb 2 pontot kaphat.*
$k \in \mathbf{Z}$	1 pont	
Ellenőrzés, vagy annak rögzítése, hogy ezek megoldások, mert ekvivalens átalakításokat végeztünk.	1 pont	
Összesen:	**11 pont**	
**1 pont* $x = \frac{1}{6}\pi$-ért, 1 pont $x = \frac{5}{6}\pi$-ért, 1 pont a periodusért.		

17.



17. a)

$V=\frac{1}{3}T_{hatszög}\cdot m=\frac{1}{3}\cdot 6\cdot T_{háromszög}\cdot m$	1 pont	*A pontok akkor is járnak, ha a gondolatmenet a képletek helyes használatából derül ki. Ha a mm^3-ben adja meg az eredményt, 1 pontot veszít.*
m = 25 mm = 2,5 cm	1 pont	
V = 38,19 cm^3 $\approx$ 38,2 cm^3 faanyag van a gúlában.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

17. b)

$T_{palást}=6T_{oldallap}=3am_o$	1 pont	
$m_o^2=m_a^2+m_{test}^2$	2 pont	
$m_a=\sqrt{4{,}2^2-2{,}1^2}$ *vagy* $m_a=\frac{4{,}2}{2}\cdot\sqrt{3}$	2 pont	
m_a = 3,64 cm	1 pont	
m_o = 4,41 cm	1 pont	
$T_{palást}$ = 55,6 cm^2, ennyi felületet festenek be.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

17. c)

Hatféle színt 6! - féle sorrendben lehet felfesteni.	1 pont	
A gúla forgásszimmetriája miatt a színezések száma 5! = 120.	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	

17. d)

A tízszeres nagyítás miatt 10^3 = 1000-szer annyi fát tartalmaz.	2 pont	*Az indoklás nélküli válasz 1 pontot ér.*
Összesen:	**2 pont**	

18. a)		
$h = 1{,}12(240 + 39 \cdot 19{,}8 + 24 \cdot 10{,}2) = 1407{,}84$	2 pont	*Ha ÁFA nélkül számol, 1 pontot kaphat.*
$\approx$ 1408 forintot fizettek.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

18. b)		
$F = 1{,}12(240 + 19{,}8x + 10{,}2y)$	3 pont	*Ha ÁFA nélkül számol, vagy lemarad az alapdíj, legfeljebb 1 pontot kaphat.*
Összesen:	**3 pont**	

18. c)		
$5456 = 1{,}12(240 + 19{,}8x + 10{,}2y)$	2 pont	*Egy ismeretlennel jól felírva is jár a 4 pont.*
$x = 2y$	2 pont	
$4871{,}43 = 240 + 39{,}6y + 10{,}2y$	1 pont	
$4631{,}43 = 49{,}8y$	1 pont	
$y = 93$	1 pont	
A nappali áramból 186 kWh, az éjszakaiból 93 kWh volt a fogyasztás.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

18. d)		
$19{,}8x = 10{,}2y$	1 pont	
$\frac{x}{y} = \frac{10{,}2}{19{,}8} \approx 0{,}515$ a keresett arány.	2 pont	*Ha a közelítő adatot nem írja fel, akkor is jár a 2 pont.*
Összesen:	**3 pont**	