

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2007. október 25. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Az A halmaz elemei a háromnál nagyobb egyjegyű számok, a B halmaz elemei pedig a húsznál kisebb pozitív páratlan számok. Sorolja fel az $A \cap B$ halmaz elemeit!

$A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$	2 pont	
--------------------------------------	--------	--

2. Az $a = 2$ és $b = -1$ esetén számítsa ki C értékét, ha $\frac{1}{C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

$C =$	2 pont	
-------	--------	--

3. Melyik a nagyobb: $A = \sin \frac{7\pi}{2}$ vagy $B = \log_2 \frac{1}{4}$?
(Írja a megfelelő relációs jelet a válaszmezőbe! Válaszát indokolja!)

A	B	2 pont	
-----	-----	--------	--

4. Egy dobozban húsz golyó van, aminek 45 százaléka kék, a többi piros. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha taláломra egy golyót kihúzunk, akkor az piros lesz?

A valószínűség:	3 pont	
-----------------	--------	--

5. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
- a) Ha egy természetes szám osztható hattal és tízzel, akkor osztható hatvannal.
 - b) A 20-nál kisebb pozitív prímszámok összege páratlan.
 - c) A deltoid átlói felezik a belső szögeket.

a)	1 pont	
b)	1 pont	
c)	1 pont	

6. Adja meg a $\lg x^2 = 2 \lg x$ egyenlet megoldáshalmazát!

Megoldás:	2 pont	
-----------	--------	--

7. Egy számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 60. Mennyi a sorozat első öt tagjának összege? Válaszát indokolja!

A tagok összege:	3 pont	
------------------	--------	--

8. Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyekben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

Megoldás:	2 pont	
-----------	--------	--

9. Mely valós számokra teljesül a $[0; 2\pi]$ intervallumon a $\sin x = \frac{1}{2}$ egyenlőség?

Megoldás:		
	2 pont	

10. Fejezze ki az \mathbf{i} és a \mathbf{j} vektorok segítségével a $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektort, ha $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ és $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$!

$\mathbf{c} =$	3 pont	
----------------	--------	--

- 11.** Öt szám átlaga 7 . Az öt szám közül négyet ismerünk, ezek az 1, a 8, a 9 és a 12. Határozza meg a hiányzó számot! Válaszát számítással indokolja!

A hiányzó szám:	3 pont	
-----------------	--------	--

- 12.** Adja meg a $[-2; 3]$ intervallumon értelmezett $f(x) = x^2 + 1$ függvény értékkészletét!

A függvény értékkészlete:	3 pont	
---------------------------	--------	--

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

dátum

javító tanár

	pontszáma	programba beírt pontszám
I. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2007. október 25. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A**13.**

- a) Mely pozitív egész számokra igaz a következő egyenlőtlenség?

$$5^{x-2} < 5^{13-2x}$$

- b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$$

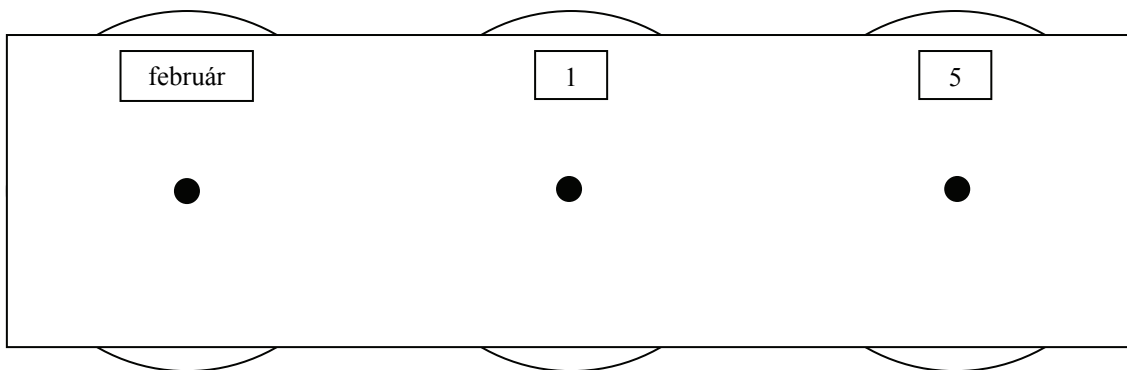
a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

- a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába?

A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3,8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

- b) Összesen hány „dátum” forgatható ki?
- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév.



a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy négyzet és egy rombusz egyik oldala közös, a közös oldal 13 cm hosszú. A négyzet és a rombusz területének az aránya 2 : 1.

- a) Mekkora a rombusz magassága?
- b) Mekkora a rombusz szögei?
- c) Milyen hosszú a rombusz hosszabbik átlója? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 16.** Egy televíziós vetélkedőn 20 játékos vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A, a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszáért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl. ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).

- a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait!

Első forduló eredményei	1. kérdés	2. kérdés	3. kérdés	4. kérdés
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

- b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna? (A többi játékos választását változatlanoknak képzeljük.)
- c) Ha Anikó valamelyik másik fordulóban mind a négy kérdésre találmra válaszol, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy minden válasza helyes?
- d) Hány játékosnak kell helyesen válaszolnia egy adott kérdésre ahhoz, hogy a 20 játékosnak erre a kérdésre kapott összpontszáma a lehető legtöbb legyen? Válaszát indokolja!

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 17.** Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.
- a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt?
 - b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg?

Szabó nagymama sálát kötött egyetlen lányunokájának. Az első napon 8 cm készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon minden nap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.

- c) Hány nap alatt készült-el a 2 méter hosszúra tervezett sál?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	11 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.

(A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

- a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge?
- b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát!
- c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját?
- d) Mekkora a kúp kiterített palástjának területe?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	elért pontszám	összesen	maximális pontszám
II./A rész	13.			12
	14.			12
	15.			12
II./ B rész				17
				17
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN				70

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
MINDÖSSZESEN	100	

_____ dátum

_____ javító tanár

	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző